

**DEVOIR SURVEILLE TSE 18/09/2017    Durée : 2h**

**Calculatrice autorisée**

**Exercice 1 :** Résoudre dans  $\mathbb{C}$  les équations suivantes :

1.  $z^2 = -3$
2.  $z^2 + 2z + 3 = 0$
3.  $\frac{z-1}{z+2} = z+3$ .
4.  $-2z+3 = iz+1-i$

**Exercice 2 :**

1. Déterminer les réels  $x$  et  $y$  pour que l'on ait  $(2i+1)x + (-1+i)y = 1+2i$ .
2. Soit le complexe  $z = x + 1 + i(-ix+x) + 3i - 3ix$  avec  $x$  un nombre réel.
  - a. Déterminer  $x$  pour que  $z$  soit un nombre réel ;
  - b. Déterminer  $x$  pour que  $z$  soit un imaginaire pur.
3. Soit  $z = x + iy$  avec  $x$  et  $y$  des nombres réels.  
Ecrire les nombres complexes  $iz^2$  et  $z + z^2$  sous forme algébrique.

**Exercice 3 :**

Donner la fonction dérivée de chacune des fonctions suivantes.

1.  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = \frac{x^3 - 5x + 1}{2}$ .
2.  $g$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $g(x) = 3x^4 - \frac{4}{3}x^3 + \frac{x^2}{4} - 4x + 1$ .
3.  $h$  définie sur  $\mathbb{R} \setminus \{ \frac{1}{2} \}$  par  $h(x) = \frac{x^2 - 6x + 1}{2x - 1}$ .

**Exercice 4 :**

Soit la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$  par  $f(x) = x + \frac{4}{x+2}$ .

1. Etudier le signe de  $f(x)$  sur  $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$ .
2. Donner la fonction dérivée de  $f$  sur  $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$ .
3. Dresser le tableau de variation de  $f$  sur  $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$ .