AP : 12/10/2017 et 19/10/2017

I / Logique :

x désigne un nombre réel. Dans chaque cas, dire si la proposition est vraie ou fausse en justifiant.

a. Si $x \leq 4$ alors $x^2 \leq 16$.

b. Si $x \leq -3$ alors $\frac{1}{x} \geq -\frac{1}{3}$.

c. Si $-2 \leq a \leq b \leq -1$ alors $-1 \leq \frac{-1}{a+3} \leq \frac{-1}{b+3} \leq \frac{-1}{2}$.

II/ Bien choisir

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ par $f(x) = \frac{4x+1}{x+1}$ (forme A).

1. Montrer que pour tout réel $x \neq -1$, on a : $f(x) = 4 - \frac{3}{x+1}$ (forme B) et

$f(x) = 1 + \frac{3x}{x+1}$ (forme C) .

2. Répondre dans l'ordre aux questions en utilisant la forme la mieux adaptée.

   a. Montrer que si, $2 < x < 3$ alors $3 < f(x) < \frac{13}{4}$.

   b. Montrer que, pour $x>0$ alors $f(x)>1$.

   c. Etudier le signe de $f(x)$ sur $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

III/ Encadrements

Propriétés : Soit a et b deux réels :

- si $0<a \leq b$ alors $\frac{1}{b} \leq \frac{1}{a}$ car ……………………………………………..
- si $a \leq b<0$ alors $\frac{1}{b} \leq \frac{1}{a}$ car …………………………………………….
- si $0 \leq a \leq b$ alors $a^2 \leq b^2$ car ……………………………………..
- si $a \leq b \leq 0$ alors $b^2 \leq a^2$ car …………………………………….
- si $0 \leq a \leq b$ alors $\sqrt{a} \leq \sqrt{b}$ car ……………………………..
- si $a \leq b$ et k positif alors $ka + c \leq kb + c$ car ……………………………………….
- si $a \leq b$ et k négatif alors $kb+c \leq ka + c$ car ……………………………………..

Exercice 1 : Soit x et y deux réels tels que : $-1 \leq x \leq 0$ et $1 \leq y \leq \frac{3}{2}$.

Encadrer chacun des réels suivants : x^2 ; $2x-3$,$-3y+2$, $\frac{-2}{y}$; $-x$; $\sqrt{y}$.

Exercice 2 :

1/ Démontrer que si a , b , c et d sont des réels tels que, $a \leq b$ et $c \leq d$ alors $a+c \leq b+d$.

2/ Démontrer que si a , b , c et d sont des réels tels que, $0 \leq a \leq b$ et $0 \leq c \leq d$ alors $0 \leq ac \leq bd$.

3/ Soit x et y deux réels tels que : $1 \leq x \leq 3$ et $\frac{1}{2} \leq y \leq 1$.Encadrer chacun des réels suivants :$2x+1$; xy ; $x+y$; $-y$; $x-y$; $\frac{x}{y}$.