Le plan est muni d'un repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1 Coefficient directeur

1.1 Cas général

Soient $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$ deux points distincts tels que $x_A \neq x_B$,

$$a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{\text{variation des ordonnées}}{\text{variation des abscisses}}$$

L'accroissement des ordonnées *(la variation)* est proportionnel l'accroissement des abscisses et le coefficient de proportionnalité est a

Remarque : Si $x_A = x_B$ alors la droite (AB) est parallèle à l'axe des ordonnées et le coefficient directeur n'existe pas.

La droite (AB) admet pour équation $x = x_A$.

1.2 Calcul du coefficient directeur connaissant deux points de la droite

Exemple 1 :

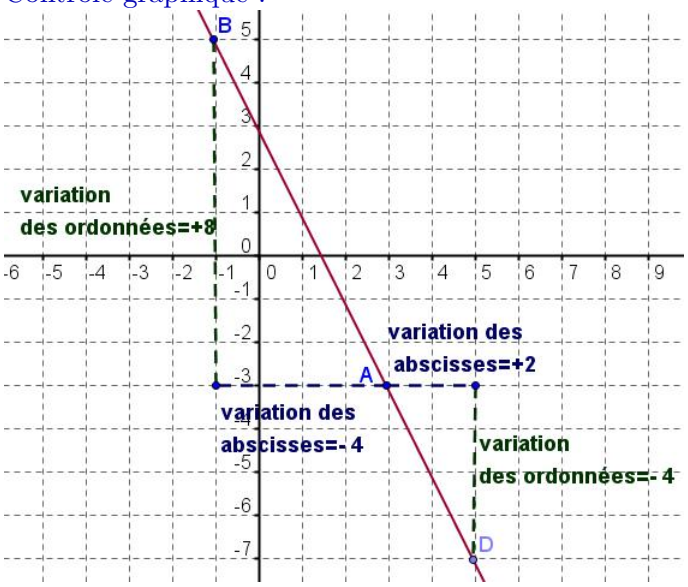
On donne $A(3; -3)$ et $B(-1; 5)$, calculer le coefficient directeur de la droite (AB).

☛ **Solution**:

$$a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$$
$$= \frac{4 - (-3)}{-1 - 3}$$
$$= \frac{8}{-4}$$
$$= -2$$

Le coefficient directeur de la droite (AB) est -2.

Contrôle graphique :

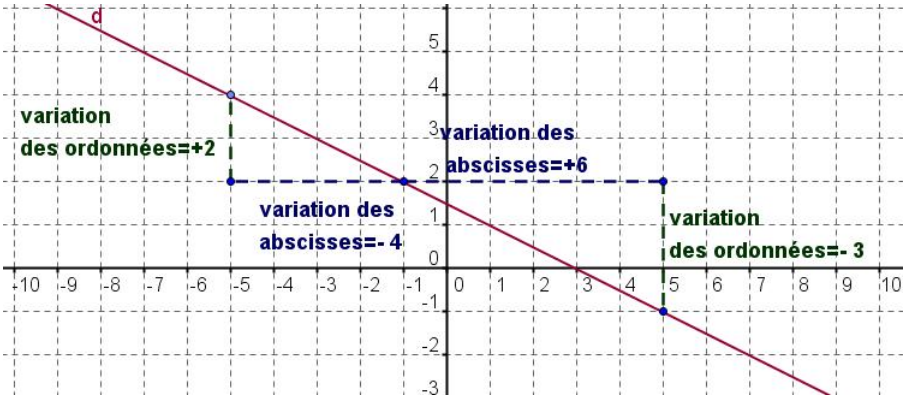


Rappel : Si $x_A = x_B$ alors la droite (AB) est parallèle à l'axe des abscisses et le coefficient directeur n'existe pas.

1.3 Lecture graphique du coefficient directeur

Exemple 2 :

Déterminer graphiquement le coefficient directeur de la droite (d) ci-dessous :



☛ **Solution**:

Sur le graphique, on a par exemple :
Pour une variation des abscisses de $+6$, une variation des ordonnées correspondante de -3.
donc le coefficient directeur de la droite (d) est :

$$a = \frac{\text{variation des ordonnées}}{\text{variation des abscisses}} = \frac{-3}{6} = \frac{-1}{2}$$

Remarque : On peut aussi calculer a par le calcul en utilisant les points de (d) de coordonnées $(-1;2)$ et $(5;-1)$.

2 Equation réduite d'une droite

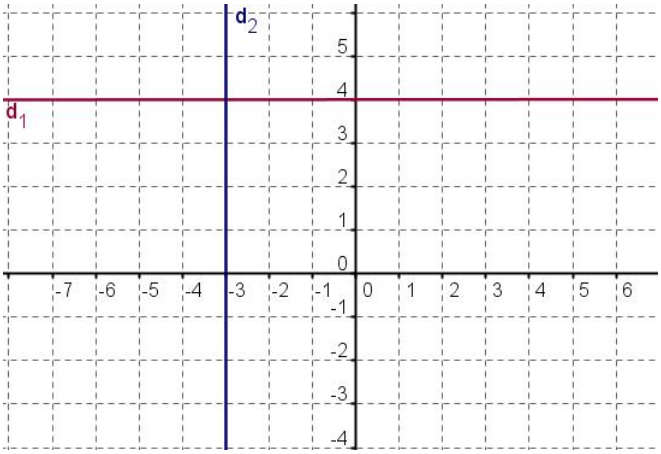
2.1 Cas général

Toute droite **non parallèle** à l'axe des ordonnées admet une équation (appelée équation réduite) de la forme $y = ax + b$ où a et b sont des réels.

a est le coefficient directeur et b est l'ordonnées à l'origine c'est à dire l'ordonnée du point d'intersection de la droite et de l'axe des ordonnées.

2.2 Cas des droites parallèles aux axes du repère

- Si la droite est parallèle à l'axe des abscisses, son coefficient directeur est $a = 0$ et son équation réduite est de la forme $y = k$ (k réel).
- Si la droite est parallèle à l'axe des ordonnées, son coefficient directeur **n'existe pas** et elle admet une équation de la forme $x = k$ (k réel).



Sur la figure ci-dessus, l'équation réduite de (d_1) est $y = 4$ (coefficient directeur $a = 0$ et **une équation** de (d_2) est $x = -3$.

2.3 Méthode pour déterminer l'équation réduite d'une droite

- Calcul du coefficient directeur :
  $a = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$
  L'équation réduite de (AB) est de la forme $y = ax + b$ (a est alors connu)
- Calcul de b :
  $A \in (AB) \Longleftrightarrow y_A = ax_A + b$

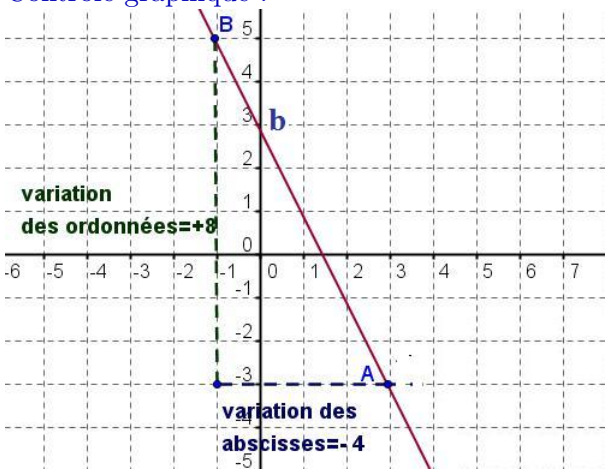
2.4 Détermination de l'équation réduite connaissant deux points

Exemple 3 :
En reprenant les points de l'exemple 1, déterminer l'équation réduite de (AB).
Rappel des points de l'exemple 1 : $A(3; -3)$ et $B(-1; 5)$

☛ **Solution**:

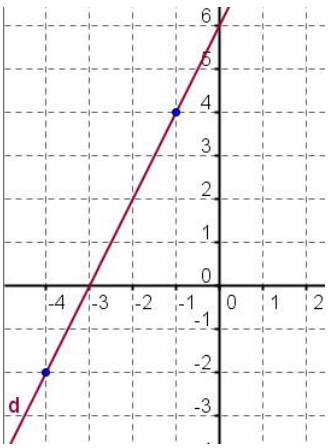
- Calcul du coefficient directeur :
  $a = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \dfrac{5-(-3)}{-1-3} = -2$
  L'équation réduite de (AB) est de la forme $y = -2x + b$
- Calcul de b :
  $A \in (AB)$
  $\Longleftrightarrow y_A = -2x_A + b$
  $\Longleftrightarrow -3 = -2 \times 3 + b$
  $\Longleftrightarrow b = -3 + 6 = 3$
  L'équation réduite de (AB) est $y = -2x + 3$.

Contrôle graphique :



2.5 Détermination de l'équation réduite à partir du graphique

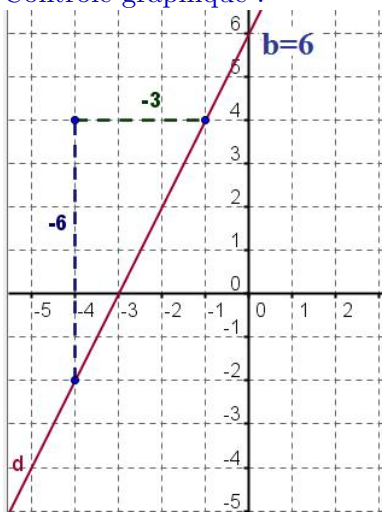
Exemple 4 :
Déterminer graphiquement, l'équation réduite de la droite (d) ci-dessous :



☛ **Solution**:

- Détermination du coefficient directeur :
  $a = \dfrac{\text{variation des ordonnées}}{\text{variation des abscisses}} = \dfrac{-6}{-3} = 2$
- Détermination de b :
  La droite (d) coupe l'axe des ordonnées en $b = 6$
  L'équation réduite de (AB) est $y = 2x + 6$.

Contrôle graphique :



Remarque : On peut aussi trouver b par le calcul comme dans le paragraphe précédent si celui-ci ne peut être lu avec précision sur le graphique.

3 Tracer une droite définie par son équation réduite

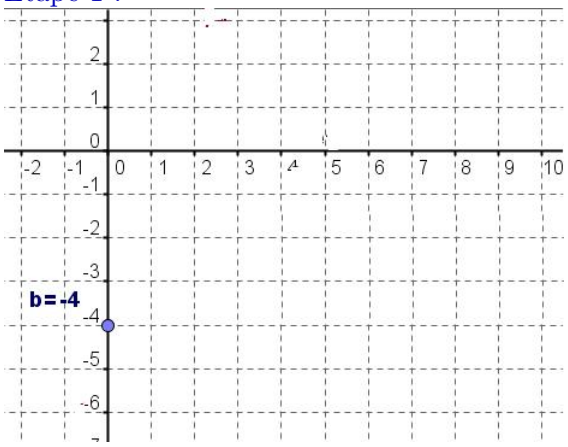
Deux méthodes possibles :

- Utiliser b, ordonnée du point d'intersection de la droite et de l'axe des ordonnées puis le coefficient directeur sachant que variation des ordonnées= coefficient directeur $\times$ variation des abscisses.
- Construire un tableau de valeur avec deux valeurs de x puis placer les deux points obtenus.

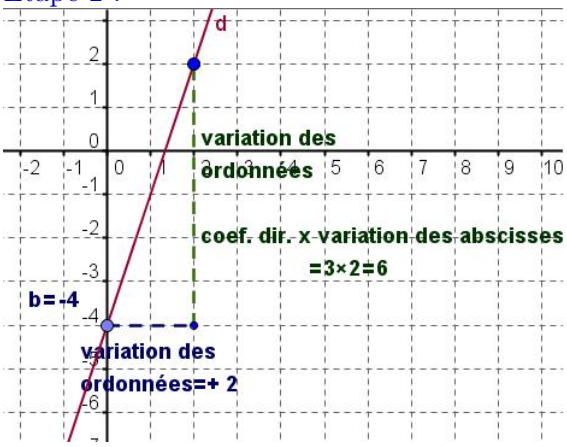
Exemple 5 :
Tracer la droite (d) d'équation réduite $y = 3x - 4$

☛ **Solution**:

Etape 1 :



Etape 2 :



Avec un tableau de valeurs :

x	0	4
y	$y = 3 \times 0 - 4 = -4$	$y = 3times4 - 4 = 8$

4 Droites parallèles

Deux droites (non parallèles à l'axe des ordonnées) sont parallèles les coefficients directeurs de ces deux droites sont égaux.

4.1 Détermination de l'équation réduite d'une droite parallèle à une autre

Exemple 6 :

On donne la droite d d'équation réduite $y = \frac{2}{3}x - 1$.
Déterminer l'équation réduite de la droite d' parallèle à d passant par le point $A(6; -1)$.

☛ **Solution**:

- Coefficient directeur de d : $\frac{2}{3}$.

  $d//d'$ donc le coefficient directeur de d' est égal à $\frac{2}{3}$

  donc d' admet une équation réduite de la forme $y = \frac{2}{3}x + b$.

- Calcul de b

  $A \in d'$

  $\iff y_A = \frac{2}{3}x_A + b$

  $\iff -1 = \frac{2}{3} \times 6 + b$

  $\iff -1 = \frac{12}{3} + b$

  $\iff -1 - 4 = b$

  $\iff -5 = b$

  donc l'équation réduite de d' est $y = \frac{2}{3}x - 5$.